Cálculo de probabilidade

Apresentação

A teoria da probabilidade é um ramo da matemática que cria, elabora e pesquisa modelos para estudar experimentos ou fenômenos aleatórios. Ela permite calcular incertezas, como, por exemplo, a probabilidade de sair o número cinco ao lançarmos um dado, a probabilidade de cair cara ao lançarmos uma moeda ou, ainda, de uma peça fabricada ser defeituosa, entre outras. Para o estudo das probabilidades, é necessário introduzir alguns conceitos básicos, como, por exemplo, evento, espaço amostral, eventos dependentes e independentes, eventos mutuamente excludentes e complementares.

Nesta Unidade de Aprendizagem, você vai estudar a teoria da probabilidade, efetuando cálculos simples relacionados com situações aplicadas.

Bons estudos.

Ao final desta Unidade de Aprendizagem, você deve apresentar os seguintes aprendizados:

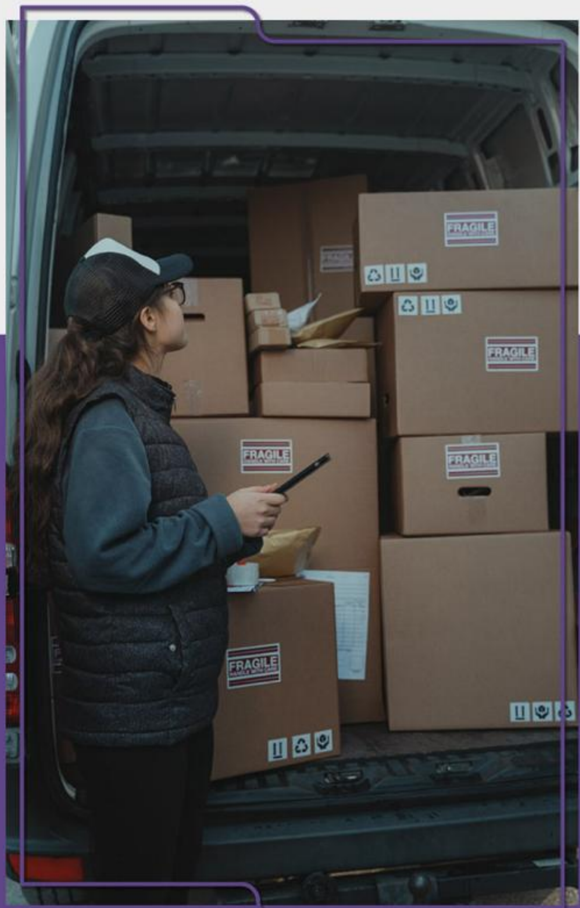
- Diferenciar eventos mutuamente excludentes de eventos complementares.
- Distinguir eventos independentes de eventos dependentes.
- Realizar cálculos simples de probabilidade.

Desafio

Três eventos são independentes quando a probabilidade da interseção é o produto das probabilidades e nenhum deles depende da ocorrência do outro. Caso contrário, os três eventos (A, B e C) são ditos dependentes. A probabilidade da união de três eventos é igual à soma da probabilidade do evento A mais a do evento B mais a do evento C, menos a probabilidade da interseção entre os três (se não existir interseção, esse item é igual a zero). Essa propriedade é útil quando interessa calcular a probabilidade de que ocorra, pelo menos, um entre três eventos.

Você trabalha em uma grande empresa e é responsável por acompanhar as entregas dos produtos aos clientes.

Para tanto, você precisa fazer um controle rigoroso que lhe permitirá prestar informações estatísticas relevantes ao seu gestor direto.



Nesse contexto, considere que a sua empresa tem três possíveis transportadoras para fazer as suas entregas a certo destino:

- Transportadora A: faz o atendimento de seus pedidos de forma imediata em 85% das vezes.
- Transportadora B: faz o atendimento de seus pedidos de forma imediata em 70% das vezes.
- Transportadora C: faz o atendimento de seus pedidos de forma imediata em 90% das vezes.

Portanto, você deverá analisar o caso em que são realizados pedidos para as três transportadoras, respondendo as seguintes perguntas:

a) Qual é a probabilidade de que as três transportadoras atendam imediatamente? Além de apresentar a forma de cálculo que você adotou, explique por que é importante saber dessa informação a respeito da entrega dos produtos aos clientes.

b) Qual é a probabilidade de que somente uma das transportadoras atenda imediatamente? Além da apresentação do raciocínio para o cálculo dessa probabilidade, acrescente a sua conclusão.

Infográfico

Existem fenômenos (ou experimentos) que, mesmo sendo repetidos muitas vezes e sob condições idênticas, não apresentam os mesmos resultados. Fenômenos desse tipo são denominados aleatórios (ou casuais).

Em um experimento (ou fenômeno) aleatório, o conjunto formado por todos os resultados possíveis é chamado de espaço amostral. Todo subconjunto de um espaço amostral é denominado evento, ou seja, os resultados que poderão ocorrer em determinado fenômeno, desejando que aconteçam ou não.

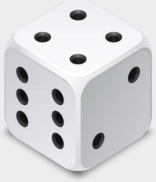
No estudo da estatística, existem tipos distintos de eventos. Veja, neste Infográfico, como identificar eventos mutuamente excludentes, eventos complementares e como distinguir os eventos independentes dos dependentes.

CÁLCULO DE PROBABILIDADE

No cálculo de probabilidade, é preciso prestar atenção aos diferentes eventos com os quais é possível se deparar, a saber: mutuamente excludentes, complementares, dependentes sem reposição e independentes com reposição. Cada um deles tem particularidades e formas de cálculo específicas. Por isso, é fundamental conhecer as suas características e aplicações.

Eventos mutuamente excludentes

São eventos que não podem ocorrer conjuntamente. Também podem ser chamados de eventos mutuamente exclusivos.

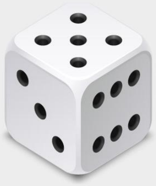


Exemplo:
Seja o experimento jogar um dado e observar a face voltada para cima, os eventos "cair face com número par" e "cair face com número ímpar" são mutuamente excludentes.

Eventos complementares

Chama-se evento complementar de um evento A e é representado por $\bar{A}$ o conjunto formado por todos os elementos do espaço amostral U que não pertencem ao evento A.

Exemplo:
No lançamento de um dado, temos o seu espaço amostral:
U = {1, 2, 3, 4, 5, 6}. Considere os eventos a seguir:
O evento A: o número obtido é menor que 3.
O evento $\bar{A}$: o número obtido é maior ou igual a 3.



Eventos dependentes (sem reposição)

Dois eventos são **dependentes** quando a ocorrência ou a não ocorrência de um evento afeta a probabilidade de ocorrência do outro evento.

Eventos independentes (com reposição)

Dois eventos são **independentes** quando a ocorrência ou a não ocorrência de um evento não tem efeito algum na probabilidade de ocorrência do outro evento.

Exemplo de evento dependente

A retirada de duas bolas, sem reposição, de uma urna contendo 20 bolas numeradas de 1 a 20 é dependente, pois as probabilidades do resultado da retirada da segunda bola estão diretamente ligadas à retirada da primeira bola.
Especificamente, se na primeira bola retirada saiu a de número 10, e se não houver reposição, com certeza não existirá a probabilidade de que, na segunda retirada, a bola 10 apareça, pois esta não se encontra mais na urna, ou seja, a primeira retirada afetou completamente as probabilidades de retirada da segunda bola.

Exemplo de evento independente

Dois lançamentos sucessivos de uma moeda não viciada são considerados como eventos independentes, uma vez que o resultado do primeiro lançamento não tem efeito algum nas probabilidades de ocorrer uma cara ou uma coroa no segundo lançamento.

Compreender os conceitos da teoria da probabilidade e diferenciar eventos mutuamente excludentes de eventos complementares, bem como distinguir eventos independentes de dependentes, é essencial para a aplicação em situações-problema de forma eficiente.
É importante destacar que os eventos mutuamente excludentes não podem ocorrer simultaneamente, ao passo que, nos eventos independentes, o resultado de um não influencia o resultado do outro. Esse é um ponto de atenção para os problemas aplicados.

Aponte a câmera para o código e acesse o link do conteúdo ou clique no código para acessar.

Conteúdo do livro

A estatística, em particular o cálculo da probabilidade, tem grande relevância na tomada de decisão para a sociedade como um todo. Entender quais são as chances de um evento incerto ocorrer permite prever comportamentos e fazer estimativas que poderão embasar providências a serem adotadas para a resolução de determinado problema. Nesse contexto, o cálculo da probabilidade associa a ocorrência de um resultado a um valor que varia de zero a um e, quanto mais próximo de um estiver o resultado, maior é a certeza da sua ocorrência.

No capítulo **Cálculo de probabilidade**, base teórica desta Unidade de Aprendizagem, você vai aprofundar os conhecimentos sobre os diferentes tipos de eventos, conhecendo as suas particularidades e aplicações. Diversos exemplos e leituras recomendadas são disponibilizados para facilitar a compreensão.

Boa leitura.

ESTATÍSTICA

Jamur Silveira

SAGAH
SOLUÇÕES EDUCACIONAIS INTEGRADAS

Cálculo de probabilidade

Objetivos de aprendizagem

Ao final deste texto, você deve apresentar os seguintes aprendizados:

- Diferenciar eventos mutuamente excludentes de eventos complementares.
- Distinguir eventos independentes de eventos dependentes.
- Realizar cálculos simples de probabilidade.

Introdução

Neste texto, você vai estudar um dos conceitos mais importantes da estatística: a probabilidade. A partir dele, você terá informações adicionais da situação que está analisando e, com isso, mais êxito na tomada de decisões.

Probabilidade

A teoria das probabilidades é um ramo da matemática que cria, elabora e pesquisa modelos para estudar experimentos ou fenômenos aleatórios.

Há certos fenômenos (ou experimentos) que, embora sejam repetidos muitas vezes e sob condições idênticas, não apresentam os mesmos resultados. Por exemplo, no lançamento de uma moeda perfeita, o resultado é imprevisível, não se pode determiná-lo antes de ser realizado e não podemos prever, mas podemos saber quais são os possíveis resultados. Aos fenômenos (ou experimentos) desse tipo damos o nome de **fenômenos aleatórios** (ou casuais).

Pelo fato de não sabermos o resultado exato de um fenômeno aleatório é que buscamos os resultados prováveis, as chances e as probabilidades de um determinado resultado ocorrer.

Saiba mais

Segundo Mann, a probabilidade corresponde à medida numérica da possibilidade de que um determinado evento venha a ocorrer.

Espaço amostral

Em um experimento (ou fenômeno) aleatório, o conjunto formado por todos os resultados possíveis é chamado **espaço amostral**, que vamos indicar por U ou Ω.

Veja os seguintes exemplos.

- Lançar uma moeda e observar a face voltada para cima: $U = \{\text{cara, coroa}\}$.
- Lançar um dado e observar a face voltada para cima: $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Evento

Chama-se **evento** todo subconjunto de um espaço amostral, ou seja, os resultados que poderão ocorrer em um determinado fenômeno. Resultados esses que queremos que aconteçam ou não.

No lançamento de um dado, por exemplo, em relação à face voltada para cima, podemos ter os seguintes eventos.

- O número é par: $\{2, 4, 6\}$.
- O número é menor que 5: $U = \{1, 2, 3, 4\}$.
- O número é 8: $\{\}$.

Exemplo

Uma urna contém 10 bolas numeradas de 1 a 10. Retira-se uma bola ao acaso e se observa o número indicado. Descrever de forma explícita os seguintes conjuntos e dar o número de elementos de cada um:

a) o espaço amostral U.

b) o evento A: o número da bola é ímpar.

c) o evento B: o número da bola é múltiplo de 3.

Solução:

a) O conjunto de todos os resultados possíveis é representado pelo seguinte espaço amostral: $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. O número de elementos desse conjunto é $n(U) = 10$.

b) Se o número da bola é ímpar, temos o evento: $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$. O número de elementos desse conjunto é $n(A) = 5$.

Se o número da bola é múltiplo de 3, temos o evento: $B = \{3, 6, 9\}$. O número de elementos desse conjunto é $n(B) = 3$.

Eventos mutuamente excludentes e eventos complementares

Eventos que não podem ocorrer conjuntamente são conhecidos com **eventos mutuamente excludentes** (também chamados de **eventos mutuamente exclusivos**). Caso dois ou mais eventos sejam mutuamente excludentes, no máximo um deles irá ocorrer a cada vez que repetirmos o experimento. Por conseguinte, a ocorrência de um evento exclui a ocorrência do outro, ou de outros eventos.

Considerando, por exemplo, dois lançamentos de uma moeda, esse experimento tem quatro resultados possíveis: cara/cara, cara/coroa, coroa/cara, coroa/coroa. Esses resultados são mutuamente excludentes, uma vez que um, e somente um, deles irá ocorrer ao lançarmos a moeda duas vezes.

Chama-se **evento complementar** de um evento A e é representado por $\bar{A}$ o conjunto formado por todos os elementos do espaço amostral U que **não** pertencem ao evento A.

No lançamento de um dado, temos o seu espaço amostral: $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Considere os eventos a seguir.

- O evento A: o número obtido é menor que 3.
- O evento $\bar{A}$: o número obtido é maior ou igual a 3.

Observe que os eventos $A = \{1, 2\}$ e $\bar{A} = \{3, 4, 5, 6\}$. Estes são complementares, pois, $A \cap \bar{A} = \{\ \}$ e $A \cup \bar{A} = U$, a interseção (o que há de comum entre os conjuntos) entre os dois conjuntos resulta em um resultado vazio, visto que os dois conjuntos não possuem resultados em comum, e a união (unir todos os elementos dos conjuntos envolvidos) entre os dois conjuntos resulta no conjunto espaço amostral U.

Eventos independentes e eventos dependentes

Dois eventos são independentes quando a ocorrência ou a não ocorrência de um evento não tem efeito algum na probabilidade de ocorrência do outro evento. Dois eventos são dependentes quando a ocorrência ou a não ocorrência de um evento afeta a probabilidade de ocorrência do outro evento.

Os eventos independentes e dependentes são chamados de **com** e **sem** reposição, respectivamente.

Com reposição significa o retorno do evento sorteado ao seu conjunto de origem. É isso que mantém a probabilidade de sorteio constante, portanto, não se altera a probabilidade de sorteio do evento seguinte.

Sem reposição significa o não retorno do evento sorteado ou do seu conjunto de origem, alterando a probabilidade de sorteio do evento seguinte.

Exemplo de evento independente:

Dois lançamentos sucessivos de uma moeda não viciada são considerados como eventos independentes, uma vez que o resultado do primeiro lançamento não tem efeito algum nas probabilidades de ocorrer uma cara ou uma coroa no segundo lançamento.

Exemplo de evento dependente:

A retirada de duas bolas, sem reposição, de uma urna contendo 20 bolas numeradas de 1 a 20 são dependentes, pois as probabilidades do resultado da retirada da segunda bola estão diretamente ligadas a retirada da primeira bola. Especificamente, se na primeira bola retirada saiu a de número 10, e se não houver reposição, com certeza não existirá a probabilidade de que, na segunda retirada, a bola 10 apareça, pois esta não se encontra mais na urna, ou seja, a primeira retirada afetou completamente as probabilidades de retirada da segunda bola.

Fique atento

Todo experimento que tiver dois ou mais eventos e aparecer no enunciado as palavras **com reposição** ou **sem reposição**, automaticamente já saberemos se são **independentes** (com reposição) ou **dependentes** (sem reposição).

Cálculo de probabilidade

Como se calcular questões e/ou experimentos de probabilidade? Considere uma área muito visitada no Museu de Animais. Em um recipiente, existem 12 aranhas, das quais 8 são fêmeas. A probabilidade de se retirar uma aranha macho para um experimento é de?

No lançamento de um dado perfeito, qual é a probabilidade de sair um número maior do que 4?

Em uma urna existem 20 bolas numeradas de 1 a 20. Sorteando-se uma bola, ao acaso, qual é a probabilidade, em porcentagem, de que o número da bola sorteada seja divisível por 3?

Considere o lançamento de três dados comuns. Qual é a probabilidade de que a soma dos valores sorteados seja igual a 5?

Maria ganhou de João nove pulseiras, quatro delas de prata e cinco de ouro. Maria ganhou de Pedro onze pulseiras, oito delas de prata e três de ouro. Ela guarda todas essas pulseiras – e apenas essas – em sua pequena caixa de joias. Uma noite, arrumando-se apressadamente para ir ao cinema com João, Maria retira, ao acaso, uma pulseira de sua pequena caixa de joias. Ela vê, então, que retirou uma pulseira de prata. Levando em conta tais informações, a probabilidade de que a pulseira de prata que Maria retirou seja uma das pulseiras que ganhou de João é igual a?

Uma urna contém 8 bolas, das quais três são vermelhas e as restantes são brancas. Qual a probabilidade de, ao retirar duas bolas sucessivamente, sem reposição, obtermos a 1ª vermelha e a 2ª branca?

Para se calcular as probabilidades de ocorrer determinado evento, como os casos apresentados acima, além dos conceitos de **espaço amostral**, **eventos** e **tipos de eventos**, apresentados neste capítulo anteriormente, foi preciso saber diferenciar os tipos de probabilidade, que veremos adiante: probabilidade de um evento em um espaço amostral finito; probabilidade condicional; e probabilidades de eventos independentes. Além de sabermos apresentar os cálculos de probabilidade nas 3 maneiras diferentes de apresentação: valor fracionário, valor numérico e valor percentual.

Resultados da probabilidade

Como citado anteriormente, podemos apresentar os resultados obtidos nos cálculos de probabilidade de três maneiras diferentes.

- **Valor fracionário:** quando se faz um cálculo de probabilidade, como veremos adiante, o primeiro resultado obtido é o fracionário, em que temos um número que fica na parte superior da fração, chamado de numerador, e outro valor, na parte inferior da mesma fração, chamado de denominador (a/b).

1. Exemplo: $\frac{2}{5}$.

- **Valor numérico:** quando acharmos o valor fracionário e realizarmos a divisão proposta, ou seja, o numerador (em cima) dividido pelo denominador (embaixo) obterá um resultado, que chamaremos de valor numérico. É o resultado da divisão do valor fracionário.

2. Exemplo: $\frac{2}{5} = 0{,}40$.

- **Valor percentual:** ao chegarmos ao valor numérico, podemos transformar qualquer um deles em valor percentual, apenas multiplicando o valor por 100 (cem) e após colocar o símbolo de porcentagem (%).

3. Exemplo: $0{,}40 \times 100 = 40\%$ (quarenta por cento).

Os resultados podem ser apresentados em qualquer uma das três maneiras, isso vai depender do que for pedido no enunciado de algum problema/questão/experimento.

Probabilidade de um evento em um espaço amostral finito

A probabilidade de um evento em um espaço amostral finito também é conhecida como **probabilidade clássica**. A regra da probabilidade clássica é aplicada para se calcularem as probabilidades de eventos a um experimento para o qual os resultados sejam igualmente possíveis.

Dado um experimento aleatório, sendo U o seu espaço amostral, vamos admitir que todos os elementos de U tenham a mesma chance de acontecer.

Chamamos de probabilidade de um evento A o número real P(A), tal que: $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(U)}$, em que: $n(A)$ é o número de elementos do conjunto A e $n(U)$ é o número de elementos do conjunto U.

Em outras palavras:

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número total de casos possíveis}}$$

Todas as possíveis respostas favoráveis (eventos) são divididas por todas de respostas possíveis (espaço amostral).

Exemplo

Encontre a probabilidade de se obter um número par em um lançamento de um dado.

Solução:

Esse experimento tem um total de seis resultados: 1, 2, 3, 4, 5 e 6. Todos estes são igualmente possíveis. Considere *A* um evento em que um número par seja observado no dado. O evento *A* inclui três resultados possíveis: 2, 4 e 6, ou seja,

$$A = \{2, 4, 6\}$$

Caso qualquer um desses três números seja obtido, considera-se que o evento *A* tenha ocorrido. Assim sendo,

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número total de casos possíveis}}$$

$P(A) = \frac{3}{6}$. Simplificando, ou seja, dividindo o numerador e o denominador pelo mesmo valor, neste caso, dividindo os dois valores por 3, obtemos: $\frac{1}{2}$ (valor fracionário).

Se dividirmos o valor fracionário $\frac{1}{2}$, ou seja, 1 ÷ 2 = 0,50 (valor numérico).

E se multiplicarmos por 100 esse valor numérico, iremos obter o valor fracionário: 0,50 x 100 = 50% (cinquenta por cento).

Resumindo: qualquer uma das 3 respostas são iguais (válidas) e podem ser apresentadas.

$$\frac{1}{2} = 0{,}50 = 50\%$$

Interpretando o resultado obtido:

$\frac{1}{2}$ – a cada 2 vezes que o dado for jogado, temos a probabilidade de 1 dessas jogadas ser o valor par.

0,5 – a probabilidade de acontecer um evento é exatamente a metade, ou seja, cada vez que se joga 2 vezes o dado, a probabilidade é que a metade das vezes (0,5) aconteça de sair o valor par.

50% – a probabilidade de acontecer o evento favorável, no caso números pares, é de exatamente 50% a cada 2 vezes que for jogado o dado.

Fique atento

Os valores do espaço amostral: no exemplo acima, foi jogado apenas um dado. Como ficaria o valor do espaço amostral se jogássemos, ao mesmo tempo, 2, 3 ou mais dados?

Ao jogarmos 1 dado, chegamos a conclusão de que teremos 6 possíveis respostas, todas as mesmas possibilidades. Mas, ao jogarmos 2 dados ao mesmo tempo, esse valor não será o mesmo. Vamos pensar um pouco e verificar as possíveis respostas: (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5) e (6, 6). Isso totaliza 36 possíveis respostas, mas podemos chegar a esse valor de uma maneira muito mais rápida, utilizando a seguinte operação: 6^n.

n é a quantidade de dados que estão sendo utilizados.

Dois dados: $6^2 = 6 \times 6 = 36$.

Três dados: $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$.

E assim por diante.

No início do texto referente ao título Cálculo de probabilidade, apresentamos várias questões sobre probabilidade. Vamos aproveitar agora que aprendemos a calcular a probabilidade de um evento em um espaço amostral finito (probabilidade clássica) e resolvermos estas:

1. Considere uma área muito visitada do Museu de Animais. Em um recipiente existem 12 aranhas, das quais 8 são fêmeas. A probabilidade de se retirar uma aranha macho para um experimento é de quanto?

Solução:

No total, existem 12 aranhas no recipiente e todas elas possuem a mesma possibilidade de serem sorteadas (espaço amostral) e queremos sortear aranhas-macho. Se o problema apresenta que 8 das aranhas são fêmeas, então 4 são machos (evento).

Colocando os valores na fórmula:

$$P(A) = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número total de casos possíveis}}$$

$$P(A) = \frac{4}{12}$$

$P(A) = \frac{1}{3}$ (valor fracionário, que significa que a cada 3 aranhas retiradas, temos a probabilidade 1 delas ser macho).

Ou $P(A) = \frac{1}{3} = 0{,}333\ ...$ (valor numérico).

Ou $P(A)$ = 0,333... x 100 = 33,33% (valor percentual).

2. No lançamento de um dado perfeito, qual é a probabilidade de sair um número maior do que 4?

Solução:

Um dado possui 6 faces numeradas, ou seja, os números 1, 2, 3, 4, 5 e 6 possuem as mesmas possibilidades, ao jogarmos o dado, da face desse número cair voltada para cima (espaço amostral). O problema pede a probabilidade de sair a face para cima de um número maior do que 4. Temos como possíveis respostas os números 5 e 6 (evento).

Colocando na fórmula:

$P(A) = \frac{2}{6}$, simplificando (dividindo os dois valores por 2), obtemos o valor final de $\frac{1}{3}$.

Ou $P(A) = \frac{1}{3} = 0{,}333\ ...$ (valor numérico).

Ou $P(A)$ = 0,333... x 100 = 33,33% (valor percentual).

3. Em uma urna existem 20 bolas numeradas de 1 a 20. Sorteando uma bola, ao acaso, qual é a probabilidade, em porcentagem, de que o número da bola sorteada seja divisível por 3?

Solução:

Na urna existem 20 bolas numeradas de 1 a 20, em que todas possuem a mesma possibilidade de serem retiradas (espaço amostral). O problema quer calcular a probabilidade de se retirar uma bola, cujo número seja divisível por 3. Esses números são: 3, 6, 9, 12, 15 e 18, ou seja, temos 6 possíveis números que são favoráveis ao que o problema está solicitando (evento).

Colocando na fórmula:

$P(A) = \frac{6}{20}$, simplificando, fica como resultado final $\frac{3}{10}$ (a cada 10 retiradas de bolas, temos a probabilidade de 3 delas serem divisíveis por 3).

Ou $P(A) = \frac{3}{10} = 0{,}3$ (valor numérico).

Ou $P(A)$ = 0,3 x 100 = 30% (valor percentual).

4. Considere o lançamento de três dados comuns. Qual é a probabilidade de que a soma dos valores sorteados seja igual a 5?

Solução:

Em primeiro lugar, precisamos calcular o valor do espaço amostral e da quantidade de possíveis respostas. Utilizando a operação que foi citada no *Fique Atento* acima, como estamos jogando 3 dados ao mesmo tempo, vamos utilizar a operação: 6^n.

$6^3 = 216$ possíveis respostas.

O problema está solicitando as respostas em que a soma de todos os dados ao mesmo tempo sejam 5. Vamos achar essas possíveis respostas: (1, 1, 3), (1, 3, 1), (3, 1, 1), (1, 2, 2), (2, 1, 2) e (2, 2, 1), totalizando 6 possíveis respostas favoráveis.

Colocando na fórmula:

$P(A) = \frac{6}{216}$. Simplificando, ou seja, dividindo os dois valores por 6, chegamos ao valor final $\frac{1}{36}$ (valor fracionário). A cada 36 vezes que jogarmos os 3 dados ao mesmo tempo, 1 das jogadas dará como soma de todos os números o valor 5.

Ou $P(A) = \frac{1}{36} = 0{,}02777\ \ldots$

Ou $P(A) = 0{,}02777\ldots \times 100 = 2{,}77\%$ (valor percentual).

Probabilidade condicional

Se a probabilidade de ocorrência de um evento *B* interfere na probabilidade de ocorrência de um evento *A*, então dizemos que a probabilidade de *A* está condicionada à probabilidade de *B* e representamos por $P(A/B)$. Lê-se: probabilidade de *A* dado *B*.

A/*B* significa a ocorrência do evento *A* sabendo que o evento *B* já ocorreu ou que a ocorrência de *B* esteja garantida (**os eventos A e B são dependentes**).

$$P(A/B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

Saiba mais

Para se calcular uma probabilidade condicional, no denominador se coloca o total de possíveis respostas da condição e, no denominador, coloque a quantidade de possíveis respostas favoráveis (eventos) dentro da condição.

Exemplo

Uma concessionária A tem em seu estoque 25 carros de um modelo B. O quadro a seguir divide os 25 carros disponíveis em tipo de motor e cor.

Motor	**Cor**			
	Branca	**Preta**	**Prata**	**Vermelha**
1.0	2	2	5	1
1.6	1	1	4	1
2.0	2	2	3	1

Um carro do modelo B foi comprado nessa concessionária. Dado que esse carro é de cor prata, qual a probabilidade que seu motor seja 1.0?

Solução:

Esse problema de probabilidade é um caso de probabilidade condicional, pois o cálculo está condicionado à informação de que já sabemos que o carro é prata (condição). Utilizando a fórmula da probabilidade condicional:

$$P(A/B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

No denominador colocamos a quantidade de possíveis respostas da condição (cor prata), conforme tabela. Verificou-se que a concessionária possui 12 carros pratas.

Na parte superior, no numerador, colocamos as possibilidades de respostas favoráveis (motor 1.0) dentro dos carros de cor prata: 5 carros com motor 1.0 e que são de cor prata.

$P(A/B) = \frac{5}{12}$ (valor fracionário).

$P(A/B) = \frac{5}{12} = 0{,}4166...$(valor numérico).

$P(A/B) = 0{,}4166... \times 100 = 41{,}66\%$ (valor percentual).

Resolvendo o problema citado anteriormente:

- Maria ganhou de João nove pulseiras, quatro delas de prata e cinco de ouro. Maria ganhou de Pedro onze pulseiras, oito delas de prata e três de ouro. Ela guarda todas essas pulseiras – e apenas essas – em sua pequena caixa de joias. Uma noite, arrumando-se apressadamente para ir ao cinema com João, Maria retira, ao acaso, uma pulseira de sua pequena caixa de joias. Ela vê, então, que retirou uma pulseira de prata. Levando em conta tais informações, a probabilidade de que a pulseira de prata que Maria retirou seja uma das pulseiras que ganhou de João é igual a?

Solução:

Verificamos que a condição é ser uma pulseira de prata, por isso, precisamos saber o total de pulseiras de prata que Maria ganhou: 12.

Ela que saber a probabilidade de que essa pulseira que ela está pegando no escuro tenha sido dada de presente pelo João. Então, precisamos verificar quantas pulseiras de prata João deu de presente: 4.

Utilizando a fórmula:

$$P(A/B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

$P(A/B) = \frac{4}{12}$. Simplificando, 1/3 (valor fracionário).

$P(A/B) = \frac{1}{3} = 0{,}3333\ ...$ (valor numérico).

$P(A/B) = 0{,}3333... \times 100 = 33{,}33\%$.

Probabilidade de eventos independentes

Dois eventos, A e B, são chamados independentes quando a probabilidade de ocorrência de um deles não interfere na probabilidade de ocorrência do outro, ou seja:

$P(B/A) = P(B)$ ou $P(A/B) = P(A)$

Se A e B são eventos independentes, então a probabilidade de ocorrência de A e B será:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

Fique atento

No caso da probabilidade de eventos independentes, calcula-se cada evento separadamente e após obter todas as respostas, faz-se a multiplicação entre todas as probabilidades de cada evento (resultados).

Exemplo

De acordo com os cálculos de sinistro de uma determinada seguradora, o cliente Antonio tem uma probabilidade de sinistro para o ano de vigência de seu seguro de 22%. Já a cliente Maria tem uma probabilidade de sinistro de 10% para o ano de vigência de seu seguro.

Qual seria a probabilidade de ambos terem um sinistro durante a vigência de seu seguro? Como temos duas apólices distintas de pessoas que provavelmente nem se conheçam, temos eventos independentes.

P (Antonio ter sinistro) = 0,22

P (Maria ter sinistro) = 0,10

P (ambos com sinistro) = P (Antonio ter sinistro) ∩ P (Maria ter sinistro)

Por serem eventos independentes, calculamos da seguinte forma:

P (ambos com sinistro) = 0,22 · 0,10 = 0,022 ou 2,20%

Agora, qual é a probabilidade de ambos não terem um sinistro durante a vigência de seu seguro?

P (Antônio não ter sinistro) = 1 – 0,22 = 0,78

P (Maria não ter sinistro) = 1 – 0,10 = 0,90

P (nenhum com sinistro) = P (Antonio não ter sinistro) ∩ P (Maria não ter sinistro)

Por serem eventos independentes calculamos da seguinte forma:

P (nenhum com sinistro) = 0,78 · 0,90 = 0,7020 ou 70,20%

Resolvendo o problema citado anteriormente:

- Uma urna contém 8 bolas, das quais três são vermelhas e as restantes são brancas. Qual a probabilidade de serem retiradas duas bolas, sucessivamente, sem reposição, sendo a 1ª vermelha e a 2ª branca?

Solução:

Calculando a probabilidade de ocorrer o primeiro evento, em que dentro da urna há 8 bolas (espaço amostral) e queremos sortear uma bola vermelha, tendo, dentro da urna, um total de 3 dessa cor (evento):

$$P(A) = \frac{3}{8}$$

Calculando a probabilidade de ocorrer o segundo evento, e sabendo que não houve reposição, dentro da urna há 7 bolas (espaço amostral), e queremos sortear, desta vez, uma bola branca, sabendo que, dentro dessa urna, há um total de 5 bolas dessa cor (evento):

$$P(B) = \frac{5}{7}$$

Calculando a probabilidade de que os eventos ocorram como fora solicitado, utilizaremos a fórmula da probabilidade dos eventos independentes:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{3}{8} \times \frac{5}{7} = \frac{15}{56}$$

$P(A \cap B) = \frac{15}{56} = 0{,}2678\ ...$ (valor numérico).

$P(A \cap B) = 0{,}2678... \times 100 = 26{,}78\%$ (valor percentual).

Leituras recomendadas

ANDERSON, D. R.; SWEENEY, D. J.; WILLIAMS, T. A. *Estatística aplicada à administração e economia*. 2. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2011.

BARBETTA, P. A.; REIS, M. M.; BORNIA, A. C. *Estatística*: para cursos de engenharia e informática. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2010.

MANN, P. S. *Introdução à estatística*. Rio de Janeiro: LTC, 2006.

MORETTIN, L. G. *Estatística básica*: probabilidade e inferência. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

SILVEIRA, J. F. *Raciocínio lógico matemático*: curso completo preparatório para concursos. [2015?]. Disponível em: <http://www.professorjamur.com.br/downloads/APOSTILA%20-%20RACIOC%C3%8DNIO%20L%C3%93GICO%20-%20PROF.%20JAMUR.pdf>. Acesso em: 19 ago. 2017.

Encerra aqui o trecho do livro disponibilizado para esta Unidade de Aprendizagem. Na Biblioteca Virtual da Instituição, você encontra a obra na íntegra.

Conteúdo:

SOLUÇÕES EDUCACIONAIS INTEGRADAS

Dica do professor

A teoria da probabilidade é um campo da matemática que estuda experimentos ou fenômenos aleatórios e permite calcular as chances de um evento incerto ocorrer. Nesse contexto, cabe ressaltar que se entende por evento qualquer subconjunto do espaço amostral de um experimento aleatório.

Nesta Dica do professor, você vai conhecer em detalhes os eventos mutuamente excludentes, os complementares, os dependentes e os independentes por meio de exemplos triviais com dados para jogos de tabuleiro e peças de um lote de fabricação.

Aponte a câmera para o código e acesse o link do conteúdo ou clique no código para acessar.

Exercícios

1) **O conhecimento dos aspectos fundamentais do cálculo das probabilidades é uma necessidade essencial para o estudo da inferência estatística. São fenômenos que, mesmo repetidos várias vezes, sob condições semelhantes, apresentam resultados imprevisíveis.**

A respeito disso, assinale a alternativa correta.

A) Eventos mutuamente excludentes são aqueles que ocorrem ao mesmo tempo.

B) Eventos complementares são aqueles que costumam ocorrer ao mesmo tempo.

C) Eventos complementares são aqueles cuja interseção resulta no conjunto espaço amostral.

D) Eventos mutuamente excludentes são aqueles em que a ocorrência de um exclui (impede) a do outro.

E) Eventos mutuamente excludentes são aqueles que acontecem em locais especiais.

2) **Dois eventos são independentes quando a ocorrência de um não muda a probabilidade de o outro ocorrer e, se A e B são independentes, P(A e B) = P(A) P(B). Para usar a regra da multiplicação, deve-se decidir se os eventos são independentes.**

Considerando isso, assinale a alternativa correta.

A) A independência é irrelevante em contextos de jogos de azar.

B) A probabilidade de se obter três caras ao jogar uma moeda três vezes é igual a 1,0.

C) No caso das cores de cartas sucessivas extraídas de um mesmo baralho, o conhecimento do resultado da primeira extração não muda as probabilidades da segunda.

D) As cores de cartas sucessivas extraídas de um mesmo baralho são independentes.

E) A probabilidade de se obter três caras ao jogar uma moeda três vezes é igual a 0,125.

3) **Em probabilidade e estatística, independência entre variáveis aleatórias ou eventos significa que, a partir do resultado de um deles, não é possível inferir nenhuma conclusão sobre o outro. Por outro lado, os eventos dependentes são aqueles em que a ocorrência de um evento interfere na ocorrência de outro.**

Sendo assim, assinale a alternativa correta.

A) Os eventos dependentes são aqueles em que a realização do primeiro evento afeta a probabilidade dos próximos.

B) Os eventos dependentes são aqueles que só ocorrem ao mesmo tempo.

C) Os eventos independentes são aqueles em que a realização de um evento afeta o resultado do outro.

D) Os eventos independentes são aqueles que só ocorrem ao mesmo tempo.

E) Os eventos independentes são aqueles que só ocorrem em tempos diferentes.

4) **Existem duas definições básicas de probabilidade, sendo que a primeira é a lei de Laplace. Trata-se do conceito clássico de probabilidade, segundo o qual a probabilidade de determinado evento ocorrer é o resultado da divisão entre o número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis. Nesse contexto, considere uma equipe composta por cinco profissionais, sendo duas mulheres e três homens. Um dos cinco profissionais será sorteado e receberá uma bolsa de estudos para um curso de inglês.**

Assinale a alternativa que contêm a probabilidade de ser sorteada uma profissional mulher.

A) 0,5.

B) 0,4.

C) 0,3.

D) 0,2.

E) 0,1.

5) **A probabilidade da união de dois eventos é a probabilidade de um primeiro ou de um segundo evento ocorrer. Sendo assim, considere dois eventos A e B mutuamente exclusivos. A probabilidade de ocorrência de A vale 0,2 e a de ocorrência de B, 0,4.**

Assinale a alternativa que contém o valor da probabilidade de ocorrência do evento A união B.

A) 0,08.

B) 0,4.

C) 0,6.

D) 0,48.

E) 0,52.

Na prática

Alguns problemas práticos são muito comuns na teoria da probabilidade, como é o caso dos jogos de carta, do lançamento de dados e do lançamento de moedas. Nos jogos de carta, como o pôquer, em que o jogador vencedor é o que tem a mão mais rara, ou seja, com menor probabilidade de acontecer, a probabilidade estuda o que é chamado de experimentos aleatórios, que, repetidos nas mesmas condições, apresentam um resultado imprevisível.

Outro exemplo é o lançamento de um dado comum não viciado. Além disso, há também o caso das moedas, que são primordialmente mais fáceis de analisar, pois, para cada lançamento, há apenas dois possíveis resultados: cara ou coroa.

Este Na Prática apresenta situações comumente encontradas no estudo da teoria da probabilidade que lhe ajudarão a realizar cálculos simples de probabilidade.

Conteúdo interativo disponível na plataforma de ensino!

Saiba mais

Para ampliar o seu conhecimento a respeito desse assunto, veja abaixo as sugestões do professor:

Estatística aplicada

O capítulo 5 desta obra trata da aleatoriedade e da probabilidade. Você conhecerá os diferentes tipos de probabilidade, as regras aplicáveis, as probabilidades conjuntas e probabilidade condicional. Esta leitura lhe proporcionará o aprofundamento dos conhecimentos sobre o cálculo de probabilidade, oferecendo subsídios para seguir estudando tópicos mais avançados. Os exemplos detalhados e as dicas fornecidas pelos autores auxiliarão no entendimento dos conceitos e das formas de cálculo.

Conteúdo interativo disponível na plataforma de ensino!

Probabilidade: eventos dependentes e independentes

Neste vídeo, a professora aborda os eventos dependentes e independentes, mostrando a diferença entre eles e como isso altera o cálculo de probabilidade. Ela inicia retomando conceitos básicos de probabilidade para, então, seguir com a definição dos tipos de eventos. Na sequência, exemplos são resolvidos passo a passo para que você possa acompanhar o desenvolvimento e compreender quando deve utilizar a forma de cálculo para eventos independentes ou dependentes.

Aponte a câmera para o código e acesse o link do conteúdo ou clique no código para acessar.

Probabilidade: eventos independentes, complementares e mutuamente excludentes

Neste vídeo, você retomará conceitos básicos de probabilidade, aprofundando os estudos sobre eventos independentes, complementares e mutuamente excludentes. Adicionalmente, você verá a regra da adição e da multiplicação. Vários exemplos e ilustrações permitirão visualizar com maior clareza cada um dos conceitos estudados.

Aponte a câmera para o código e acesse o link do conteúdo ou clique no código para acessar.